

DM de Mathématiques n°2**Exercice 1**

Écrire à l'aide puissances entières de 2, 3 et 5 les nombres :

$$A = \frac{2^5 \times 5^8}{(2^3)^4 \times 10^{-2}} \quad ; \quad B = \frac{25^4}{18} \times 12^4 \times \left(\frac{15}{4}\right)^{-3}$$

Exercice 2

On donne les nombres $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ et $c = 2\sqrt{2}$.

1. Vérifier que $a + b$ est un entier naturel et que $a - b$ est égal à c .
2. Calculer a^2 , b^2 puis $a^2 - b^2$.
3. Calculer $a^2 - b^2$ d'une autre manière qu'à la question 2.
4. Montrer que le nombre abc^2 est un entier relatif.

Exercice 3

On considère l'expression $f(x) = (2x + 3)(5x - 1)$.

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. En choisissant la forme de $f(x)$ qui parait la mieux adaptée, calculer :

$$f(0) ; f\left(-\frac{3}{2}\right) ; f(\sqrt{3}) ; f(\sqrt{3} + 1) ; f(0,2)$$

Exercice 4 : Le nombre d'Or

On pose $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

1°- Calculer φ^2 et $1 + \varphi$; comparer les résultats obtenus.

2°- Calculer $\frac{1}{\varphi}$ et $\varphi - 1$; comparer les résultats obtenus.

3°- Etablir la relation (*) $\varphi^3 = 2\varphi + 1$.

Note sur le Nombre d'Or : Le nombre $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé Nombre d'Or.

Le Nombre d'Or est l'unique nombre positif, dont le carré est obtenu en lui ajoutant 1 et dont l'inverse est obtenu en lui retranchant 1.

Le Nombre d'Or a de nombreuses propriétés géométriques intéressantes ; on retrouve le nombre d'Or en arts plastiques, notamment dans l'harmonie des œuvres peintes sur toile (divine proportion).

Exercice 5

On considère l'expression $f(x) = (x - 2)(2x + 7) - (x^2 - 4)$.

1. Développer $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. Calculer astucieusement $f(2)$; $f(-3,5)$ et $f(\sqrt{3})$.
5. Étudier le signe de $f(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.

En déduire l'ensemble S_1 des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ ainsi que l'ensemble S_2 des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.

Exercice 6

	0	3,5	4,0	- 7	$\frac{7}{3}$	$\frac{12}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\in \mathbb{N}$							
$\in \mathbb{Z}$							
$\in D$							
$\in \mathbb{Q}$							
$\in \mathbb{R}$							

	$-\frac{230}{5}$	3,14	$\frac{22}{7}$	π	$\sqrt{2}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{1000}$
$\in \mathbb{N}$							
$\in \mathbb{Z}$							
$\in D$							
$\in \mathbb{Q}$							
$\in \mathbb{R}$							

1. Mettre une croix dans chaque case lorsque le nombre appartient à l'ensemble indiqué
2. Comment appelle-t-on les nombres dont seule la dernière case est cochée ?

Exercice 7 :

Pour chacun des nombres suivants, indiquer le plus petit ensemble auquel il appartient.

$$-\frac{84}{14} ; \frac{\pi}{3} ; \frac{-25}{\sqrt{100}} ; 3,333 ; \frac{-60\sqrt{2}}{\sqrt{8}} ; 4,1 \times 10^3 ; 1,333333.... ; -3\sqrt{2} + 1$$

Exercice 8 :

Donner si possible,

1. Un entier qui ne soit pas naturel.
2. Un rationnel qui ne soit pas décimal.
3. Un décimal qui ne soit pas rationnel.
4. Un réel qui ne soit pas décimal
5. Un décimal compris entre $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$.
6. Un irrationnel compris entre -2 et -1 .